

Outline

- 1 Cap 1 – Introdução
- 2 Cap 2 – O tempo
- 3 Funções de Sobrevida**

Funções de sobrevida

- Densidade de Probabilidade
- Sobrevida
- Risco (instantâneo)
- Risco Acumulado

Função – densidade de probabilidade

- T – tempo de sobrevida (até a ocorrência de um evento);
- T é uma variável aleatória contínua e positiva;
- $f(t)$ é a sua função de densidade de probabilidade;
- a função $f(t)$ pode ser interpretada como a probabilidade de um indivíduo sofrer um evento em um intervalo instantâneo de tempo.

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Pr(t \leq T \leq t + \Delta t)}{\Delta t}$$

Estimativa de probabilidade sem censura

Se não houver censura, isto é, se **todos** os pacientes apresentarem o evento antes do fim do estudo, a função $f(t)$ pode ser estimada a partir da tabela de frequência.

Nesta tabela, os valores observados de T são distribuídos em classes e para cada classe x , calcula-se $f_x(t)$:

$$\hat{f}_x(t) = \frac{\text{n}^{\text{o}} \text{ de ocorrências na classe } x}{(\text{n}^{\text{o}} \text{ total de ocorrências}) \times (\text{amplitude de } x)} \quad (1)$$

Função de sobrevida

Qual é a probabilidade de um paciente com aids sobreviver 365 dias ou mais? Isto é, qual a probabilidade de T ser maior do que um determinado valor $t = 365$? Ou, mais formalmente, qual é $Pr(T \geq 365)$?

A função de sobrevida, $S(t)$, é a probabilidade de um indivíduo sobreviver por mais do que um determinado tempo t .

$$S(t) = Pr(T \geq t)$$

Função de sobrevida

Relembrando: a função de distribuição acumulada, $F(t)$, de uma variável aleatória é definida como a probabilidade de um evento ocorrer até o tempo t .

$$F(t) = Pr(T < t)$$

Logo, $S(t)$ é o complemento da função de distribuição acumulada $F(t)$:

$$S(t) = Pr(T \geq t) = 1 - Pr(T \leq t) = 1 - F(t)$$

Estimando a sobrevida – sem censura

$$\hat{S}_x(t_{inf}) = \frac{\text{n}^o \text{ pacientes com } T > t_{inf}}{\text{n}^o \text{ total de pacientes}}$$

em que t_{inf} é o limite inferior do intervalo de tempo considerado x .

Função de Risco

- Qual é o risco de um paciente com aids vir a óbito após sobreviver 365 dias?
- Esse risco de morrer aumenta ou diminui com o tempo?

$\lambda(t)$ \rightarrow probabilidade instantânea de um indivíduo sofrer o evento em um intervalo de tempo t e $(t + \epsilon)$ dado que ele sobreviveu até o tempo t .

Sendo ϵ infinitamente pequeno, $\lambda(t)$ expressa o risco instantâneo de ocorrência de um evento, dado que até então o evento não tenha ocorrido.

Função de Risco

$$\lambda(t) = \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{Pr((t < T < t + \epsilon) | T > t)}{\epsilon}$$

- $\lambda(t)$ também é denominada:
 - função ou taxa de incidência,
 - força de infecção,
 - taxa de falha,
 - força de mortalidade,
 - força de mortalidade condicional.
- Apesar do nome risco, $\lambda(t)$ é uma taxa ($tempo^{-1}$).
- Pode assumir qualquer valor positivo (**não** é probabilidade).

Função de Risco e de Sobrevida

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{S(t)}$$
$$\lambda(t) = -\frac{d \ln(S(t))}{dt}$$

Sobrevida e risco são inversamente proporcionais: quando o risco aumenta, a probabilidade de sobrevida diminui e vice-versa.

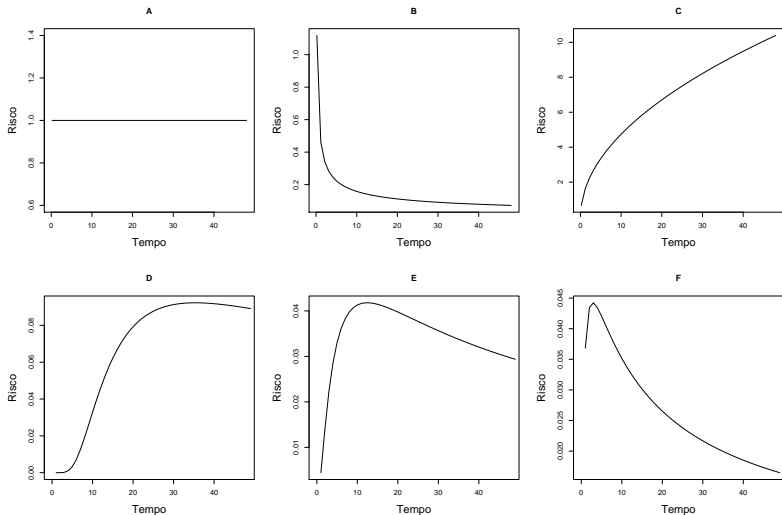
Estimando risco sem censura

$$\hat{\lambda}_x(t) = \frac{\text{n}^{\text{o}} \text{ ocorrências na classe } x}{R_x(t) \times (\text{amplitude de } x)}$$

Número de eventos observados no intervalo de classe x divididos pelo número de pacientes em risco no início do intervalo x e pela amplitude de x .

Uma maneira alternativa de estimar $\lambda(t)$ é utilizar as relações entre $S(t)$, $f(t)$ e $\lambda(t)$.

Comportamento do Risco



Função de risco com diversos formatos.

Função de risco acumulado

- Qual o risco de um paciente com aids vir a óbito no primeiro ano após o diagnóstico?
- Qual é o risco dele vir a óbito nos primeiros 2 anos?

$\Lambda(t)$ \rightarrow função de risco acumulado.

Mede o risco de ocorrência do evento até o tempo t .

É a soma (integral) de todos os riscos em todos os tempos até o tempo t .

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(u) d(u)$$

Também é uma taxa, logo não está restrita ao intervalo $[0; 1]$.

Estimando risco acumulado sem censura

$$\hat{\Lambda}_x(t) = \sum_{k=2}^{k=x-1} \hat{\lambda}_k(t) \times \text{amplitude de } k$$

- O risco acumulado até o tempo t é igual a:
 - o risco acumulado até o tempo $t - 1$ mais
 - o risco instantâneo do período anterior vezes o intervalo de tempo até t .

[Planilha exerciciotempo.ods](#)

Relação entre as funções básicas de sobrevida

$$S(t) = 1 - F(t)$$

$$\lambda(t) = -\frac{d \ln(S(t))}{dt}$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{S(t)}$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)}$$

$$\Lambda(t) = -\ln(S(t))$$